CBS

Colegio Bautista Shalom

Matemática Financiera I
Cuarto PMP
Segundo Bimestre

Contenido

RAZONES Y PROPORCIONES

- ✓ RAZÓN.
  - RAZÓN ARITMÉTICA.
  - RAZÓN GEOMÉTRICA.
- ✓ PROPORCIÓN.
  - PROPORCIÓN GEOMÉTRICA.

CANTIDADES, VARIABLES Y CONSTANTES

- ✓ MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES.
- ✓ MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES.

REGLA DE TRES

- ✓ SIMPLE DIRECTA.
- ✓ SIMPLE INVERSA.

TANTO POR CIENTO

- ✓ CÁLCULO DEL PRECIO DE COSTO.
- ✓ CÁLCULO DE LA UTILIDAD.
- ✓ ENCONTRAR EL PORCENTAJE DE UN NÚMERO.
- ✓ DETERMINAR EL PORCENTAJE COMO NÚMERO DE UN NÚMERO.
- ✓ DETERMINAR LA CANTIDAD.

NOTA: conforme avances en tu aprendizaje encontraras actividades o ejercicios a realizar. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

RAZONES Y PROPORCIONES

RAZÓN

Una razón consiste en comparar dos cantidades que son semejantes. Es el cociente obtenido a través de dividir la primer cantidad de la comparación entre la segunda cantidad.

Una razón está expresada como:

$$\frac{a}{b}$$

Esto se lea *"a" es a "b",* esto significa que a la cantidad "a" le corresponde la cantidad "b". Existen diferentes formas de representar una razón, estas pueden ser:

1. $50:5$
2. $50 \div 5.$
3. $\frac{50}{5}.$
4. $La\ razón\ de\ 50\ a\ 5.$

Por lo tanto, si tenemos dos cantidades: a y b.

Variables que representa a la razón aritmética y geométrica:

Cada una de las cantidades de una razón tiene un nombre específico. La cantidad "a" es llamada *"antecedente"* y la cantidad "b" es llamada *"consecuente"*.

Razón	Planteamiento
Aritmética	a – b = r
Geométrica	a/b = k

Donde: a = Antecedente; b = Consecuente; r = Valor de razón aritmética; k = valor de la razón geométrica.

Cuando la cantidad representada expresa una "razón", estas se deberán de leer *la razón de 50 a 5.*

En la forma 50 : 5 puede leerse *50 dividido 5*.

La forma $\frac{50}{5}$ se puede leer también *como 50 dividido 5 así como también puede leerse 50 sobre 5.*

Ejemplo: En un colegio, por cada 9 alumnos hay 12 alumnas. Si el número de alumnos es 72 ¿Cuántas alumnas tiene el colegio?

$$La\ razón\ \frac{9}{12}\ se\ lee\ 9\ es\ a\ 12 \qquad \frac{9}{12} = \frac{18}{24} = \frac{36}{48} = \frac{72}{96}$$

Por lo tanto las alumnas son: 96.

Entendiendo que una *razón* es una comparación entre dos cantidades, las razones pueden ser:

RAZÓN ARITMÉTICA

Consiste en la diferencia entre dos cantidades de la misma especie, se desea encontrar cuando excede una cantidad respecto de la otra cantidad.

$$razón\ aritmética = a - b \qquad razón\ aritmética\ b - a$$

Propiedades de la razón aritmética:

- Si al antecedente se le suma o resta una cantidad la razón aritmética queda aumentada o disminuida dicha cantidad.

Primer caso (con la suma):

Sea la razón aritmética 7 a 5 es igual a 2:

Entonces: 7 – 5 = 2 *o se escribe 7 : 5 = 2*

Si le sumamos al antecedente el número 4, entonces tendríamos:

$$(7 + 4) - 5 = 6.$$

Si se observa detenidamente al sumarle 4 al antecedente la razón automáticamente queda aumentado también con el número 4; ya que 4 + 2 = 6

Segundo caso (con la resta):

Sea la razón aritmética 18 a 3 es igual a 15:

Entonces: 22 – 7 = 15 *o se escribe 22 : 7 = 15*

Si se le resta al antecedente otro número al antecedente por ejemplo 4 la razón quedaría:

$$(22 - 4) - 7 = 11$$

Comparándola con la razón original que es: 22 – 7 = 15, se puede observar que el consecuente se disminuye también dicha cantidad restada al antecedente (siendo esta cantidad 4).

- Si al consecuente de una razón aritmética se suma o se resta una cantidad cualquiera, la razón queda disminuida en el primer caso y aumentada en el segundo en la cantidad de veces que indica dicho número.

Primer caso (sumando una cantidad cualquiera al consecuente).

Sea la razón aritmética 47 a 24 es igual a: 23

Sumándole al consecuente 10, entonces tendríamos:

$$47 - (24 + 10) = 23$$

$$47 - 34 = 13$$

Por lo tanto, la respuesta de la razón quedaría reducida de 23 a 13.

Segundo caso (restando una cantidad cualquiera al consecuente)

Sea la razón aritmética 72 a 19 es igual a 53:

Si le restamos al consecuente el número 6, entonces tendríamos:

$$72 - (19 - 6) = 59$$

Si se puede observar en el momento de restarle un algún número al consecuente el antecedente queda aumentado.

En este ejemplo según la razón original 75 : 19 = 53 el resultado es 53 y queda aumentado según la operación anterior a 59.

EJERCICIO 01. Realice las razones aritméticas. Demostrar que las siguientes expresiones son razones escogiendo un número que se sume o reste al consecuente para que luego el resultado se opere (restando) con el antecedente y corresponda a la igualdad aumentada a dicha cantidad.

1) 18 a 12 es igual 6 :____.
2) 7 a 5 es igual a 2 :____.
3) 20 a 7 es igual 13 :____.
4) *32 a 12 es igual a 20* :____.
5) *48 a 8 es igual a 56* :____.
6) *33 a 27 es igual a 60* :____.
7) *17 a 14 es igual a 31* :____.
8) *132 a 96 es igual a 36* :____.
9) *46 a 36 es igual a 10* :____.
10) *59 a 19 es igual a 78* :____.

EJERCICIO 02. Realice las razones aritméticas. Demostrar que las siguientes expresiones son razones escogiendo un número que se sume o reste al antecedente para que luego el resultado se opere (restando) con el antecedente y corresponda a la igualdad aumentada a dicha cantidad.

1) 14 a 7 es igual a 7 :____.
2) 14 a 7 es igual a 21 :____.
3) 18 a 12 es igual a 6 :____.
4) *14 a 12 es igual a 2* :____.
5) *2 a 8 es igual a 10* :____.
6) *20 a 27 es igual a 47* :____.
7) *8 a 7 es igual a 1* :____.
8) *40 a 20 es igual a 40* :____.
9) *21 a 7 es igual a 28* :____.
10) *17 a 7 es igual a 10* :____.

RAZÓN GEOMÉTRICA

Esta es el cociente entre dos cantidades de la misma especie, se desea determinar cuántas veces una cantidad está contenida en otra cantidad.

$$razón\ geométrica = \frac{a}{b} \qquad razón\ geométrica = \frac{b}{a}$$

Propiedades.

- Si el antecedente de una razón geométrica se multiplica o divide por un número, la razón queda multiplicada o dividida por ese número.

Caso 1.

Sea la razón 18 a 6 es igual a 3.

Si se multiplica el antecedente por 5, entonces:

$(18 \cdot 5) \div 6 = 3$

$(18 \cdot 5) \cdot 5 \div 6 \cdot 5 = 3 \cdot 5$

Esto sería:

$$\frac{18 \cdot 5}{6} = 3$$

Con el antecedente multiplicado por 5 se multiplica a toda la razón por ese número.

$$\left(\frac{18 \cdot 5}{6}\right) \cdot 5 = 3 \cdot 5$$

Esto queda:

$$\left(\frac{90}{6}\right) \cdot 5 = 3 \cdot 5 \qquad \frac{450}{30} = 15$$

Comprobando igualdad:

15 = 15

Caso 2.

Sea la razón 36 a 3 es igual a 12

36 : 3 = 12

Si se divide el antecedente por 3, entonces:

$$\frac{36 \div 3}{3} = 12$$

Según la regla toda la razón queda dividida entre el número que divide al antecedente.

$$\frac{\left(\frac{36 \div 3}{3}\right)}{3} = \frac{12}{3}$$

Esto queda:

$$\frac{12 \div 3}{3 \div 3} = 12 \div 3 \qquad \frac{4}{1} = 4$$

Y se comprueba la igualdad:

$$4 = 4$$

EJERCICIO 03. Realice las razones aritméticas. Demostrar que las siguientes expresiones son razones escogiendo un número que multiplique al antecedente para que toda la expresión quede multiplicada por ese número, operar, y comprobar la igualdad.

1) *150 a 25 es igual a 6*

____

2) *36 a 12 es igual a 3*

____

3) *24 a 6 es igual a 4*

____

4) *49 a 7 es igual a 7*

____

5) *54 a 9 es igual a 6*

____

6) *21 a 3 es igual a 7*

____

7) *22 a 2 es igual a 11*

____

8) *50 a 10 es igual a 5*

____

9) *48 a 8 es igual a 6*

____

10) *125 a 25 es igual a 5*

____

EJERCICIO 04. **Realice las razones aritméticas.** Demostrar que las siguientes expresiones son razones escogiendo un número que divida al antecedente para que toda la expresión quede dividida por ese número, operar, y comprobar la igualdad.

1) *20 a 5 es igual a 4*

____

2) *36 a 12 es igual a 3*

____

3) *15 a 3 es igual a 5*

____

4) *33 a 11 es igual a 3*

____

5) *16 a 2 es igual a 8*

____

6) *30 a 6 es igual a 5*

____

7) *100 a 20 es igual a 5*

____

8) *80 a 20 es igual a 4*

____

9) *20 a 10 es igual a 2*

____

10) *24 a 6 es igual a 4*

____

- Si el consecuente de una razón geométrica se multiplica o divide por un número, la razón queda dividida en el primer caso y multiplicada en el segundo por ese mismo número.

Caso 1.

Sea la razón 24 a 8 es igual a 3.

24 : 8 = 3

Multiplicaremos al consecuente por 2, esto es:

$$\frac{24}{8 \cdot 2} = 3$$

La razón quedará dividida por 2:

$$\frac{\frac{24}{16} = 3}{2} \qquad \frac{24 \div 2}{16 \div 2} = 3 \div 2$$

Esto será:

$$\frac{12}{8} = 3/2$$

Comprobando la igualdad.

$$3/2 = 3/2$$

Caso 2.

Sea la razón 30 a 6 es igual a 5.

$$\frac{30}{6} = 5$$

Se dividirá al consecuente por 3, esto es:

$$\frac{30}{6 \div 3} = 5$$

Y la razón será multiplicada por el número que divide al consecuente:

$$\left(\frac{30}{2} = 5\right) \cdot 3$$

Esto es:

$$\frac{30 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 3$$

Resolviendo la propiedad:

$$\frac{90}{6} = 15$$

Comprobando la igualdad:

$$15 = 15$$

- Si el antecedente y el consecuente de una razón geométrica se multiplican o dividen por un mismo número, la razón no varía.

Caso 1.

Sea la razón 108 a 9 = 12

$$\frac{108}{9} = 12$$

Multiplicando al antecedente y consecuente por -5:

$$\frac{108 \cdot -5}{9 \cdot -5} = 12$$

Solucionando:

$$\frac{-540}{-45} = 12$$

Se comprueba la que el cociente -540 ÷ -45 = 12

Problema ejemplo:

Las edades de Perla y Rubí son 48 y 12 años se observa que:

a) 48 – 12 = 36 **Razón aritmética (Sustracción).**
48 excede a 12 en 36 unidades.

b) 48/12 = 4 **Razón geométrica (División).**
48 es a 4 veces 12

EJERCICIO 05. Realice las razones aritméticas. Demostrar que las siguientes expresiones son razones escogiendo un número que multiplique al consecuente para que toda la expresión quede dividida por ese número, operar, y comprobar la igualdad.

1) *25 a 25 es igual a 1*

____

2) *36 a 12 es igual a 3*

____

3) *12 a 6 es igual a 2*

____

4) *40 a 8 es igual a 5*

____

5) *25 a 5 es igual a 5*

____

EJERCICIO 06. Realice las razones aritméticas. Demostrar que las siguientes expresiones son razones escogiendo un número que divida al consecuente para que toda la expresión quede multiplicar por ese número, operar, y comprobar la igualdad.

1) *5 a 1 es igual a 5*

____

2) *22 a 11 es igual a 2*

____

3) *18 a 3 es igual a 8*

____

4) *30 a 6 es igual a 5*

____

5) *25 a 5 es igual a 5*

____

EJERCICIO 07. Realice las razones aritméticas. Demostrar que las siguientes expresiones son razones escogiendo un número que multiplique al antecedente y consecuente para comprobar que la razón no varía.

1) *200 a 50 es igual a 4*

____

2) *140 a 7 es igual a 20*

____

3) *84 a 12 es igual a 7*

____

4) *55 a 11 es igual a 5*

____

5) *26 a 2 es igual a 13*

____

6) *45 a 9 es igual a 5*

____

7) *54 a 27 es igual a 2*

____

8) *48 a 12 es igual a 4*

____

9) *20 a 10 es igual a 2*

____

10) *35 a 5 es igual a 7*

____

PROPORCIÓN

Una proporción está compuesta por dos razones, es la igualdad de dos razones de una misma clase y que tienen el mismo valor.

Una proporción aritmética es una igualdad entre dos razones. Este tipo de proporciones son representadas de dos formas, estas son:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{o} \quad a : b :: c : d$$

Esto se lee: 'a' es a 'b' como 'c' es a 'd'.

En donde 'a & d' son llamados extremos y 'b & c' son llamados medios.

Por ejemplo: 20 **:** 10 **: :** 8 **:** 4

Las proporciones aritméticas cuyos medios no son iguales reciben el nombre de proporciones aritméticas discretas.

→ el ejemplo anterior es una proporción directa ya que sus términos medios (10 y 8) son desiguales.

En las proporciones en que los son iguales, reciben el nombre de proporciones aritméticas continuas.

Por ejemplo: 12 **:** 3 **: :** 3 **:** 6

Para toda proporción no continua, el producto de sus extremos será igual al producto de sus términos medios.

Términos Extremos

$$\overbrace{20 : \underbrace{10 :: 8}_{\textbf{Términos Medios}} : 4}$$

$$20 \times 4 = 10 \times 8$$
$$80 = 80$$

PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

En donde:

a y d: términos extremos. b y c: términos medios

Ejemplo:

Se tiene 4 productos cuyos precios son: Q 21.00, Q 7.00, Q 15.00, Q 5.00 las cuales se comparan mediante una proporción entre dos razones del siguiente modo:

$$\frac{Q\ 21.00}{Q\ 7.00} = Q\ 3.00 \qquad \frac{Q\ 15.00}{Q\ 5.00} = Q\ 3.00$$

Por lo tanto:

$$\frac{Q\ 21.00}{Q\ 7.00} = \frac{Q\ 15.00}{Q\ 5.00}$$

Interpretación: El precio de Q 21.00 es al precio de Q 7.00, como tal, de Q 15.00 es al precio de Q 5.00

Las proporciones nos ayudan a conseguir un valor desconocido respecto de un valor dado. Al valor o cantidad que se consigue se le llama *"magnitud".*

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{x}$$

$$a \cdot x = b \cdot c \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

Ejemplo 1: una inversión de Q 7,600.00 produce una utilidad de Q 532.00 al año, otra inversión produjo una utilidad de Q 420.98 a la misma tasa de interés durante el mismo tiempo. ¿Cuál era el valor de la segunda inversión?

Planteamiento:

Capitales:	Utilidades:
C_1 = Q 7,600.00	U_1 = Q 532.00
C_2 = Q x.xx	U_2 = Q 420.98

Se tiene la proporción:

$$\frac{C_1}{U_1} = \frac{C_2}{U_2}$$

Solución:

$$\frac{Q\ 7{,}600.00}{Q\ 532.00} = \frac{x}{Q\ 420.98}$$

$$\frac{Q\ 420.98 \times Q\ 7{,}600.00}{Q\ 532.00} = x$$

$$\frac{Q\ 420.98 \times Q\ 7{,}600.00}{Q\ 532.00} = x$$

$$\frac{Q\ 3{,}199{,}600.00}{Q\ 532.00} = x$$

$$x = Q\ 6{,}014.00$$

Ejemplo 2: si quinientos alumnos de la especialidad de negocios internacionales y administración realizan un examen de ingreso del curso de matemática de los cuales la relación de los que aprobaron y las que no aprobaron es de 7 es a 3 ¿Cuántos alumnos aprobaron?

Solución:

Aprobaron = x Desaprobaron = y

Utilizando la variable de proporción *k.*

Tenemos que: x = y = *k*

Entonces: x = 7*k* & y = 3*k*

$$x + y = 10k$$

$$500 = 10k$$

$$\frac{500}{10} = k$$

$$k = 50$$

Aprobaron 7k = 7(50) = 350 aprobaron.

Comprendido el concepto de proporción como una relación entre números o magnitudes, ahora veremos que esa relación puede darse en dos sentidos:

Las dos magnitudes pueden subir o bajar (aumentar o disminuir) o bien si una de las magnitudes sube la otra bajo y viceversa.

Si las magnitudes que se comparan o relacionan pueden subir o bajar en igual cantidad, hablaremos de Magnitudes directamente proporcionales.

Si una magnitud sube la otra baja en la misma cantidad, hablaremos de Magnitudes inversamente proporcionales.

EJERCICIO 08. Comprobar si las siguientes expresiones son proporciones.

1) 45 **:** 3 **: :** 30 **:** 2 = ______________________ ______ = ______
2) 20 **:** 4 **: :** 50 **:** 10 = ______________________ ______ = ______
3) 18 **:** 4 **: :** 9 **:** 2 = ______________________ ______ = ______
4) 22 **:** 4 **: :** 2 **:** 11 = ______________________ ______ = ______
5) 100 **:** 10 **: :** 30 **:** 3 = ______________________ ______ = ______
6) 45 **:** 3 **: :** 30 **:** 2 = ______________________ ______ = ______
7) 49 **:** 7 **: :** 21 **:** 3 = ______________________ ______ = ______
8) 10 **:** 2 **: :** 15 **:** 3 = ______________________ ______ = ______
9) 80 **:** 40 **: :** 2 **:** 1 = ______________________ ______ = ______
10) 3 **:** 9 **: :** 2 **:** 6 = ______________________ ______ = ______
11) 21 **:** 3 **: :** 14 **:** 2 = ______________________ ______ = ______
12) 20 **:** 4 **: :** 50 **:** 10 = ______________________ ______ = ______

13) 45 **:** 5 **: :** 18 **:** 2 = ____________________ _____ = _____
14) 6 **:** 4 **: :** 3 **:** 2 = ____________________ _____ = _____
15) 60 **:** 6 **: :** 20 **:** 2 = ____________________ _____ = _____

EJERCICIO 09. Resolver en tu cuaderno los siguientes problemas por medio de proporciones.

1) Dos empleados dentro de una empresa ganan lo siguiente: Q 2,150.00 y Q 2,000.00, estos obtendrán un aumento proporcional a la décima parte del sueldo más alto. ¿Cuánto se le aumentará al que gana Q 2,000.00?
2) Una inversión de Q 8,750.00 produce una utilidad de Q 780.00 cada año, otra inversión produjo una utilidad de Q 7,010.80 a la misma tasa de interés durante el mismo tiempo. ¿Cuál era el valor de la segunda inversión?
3) Una inversión de Q 14,370.00 produce una utilidad de Q 300.00 al mes, otra inversión produjo la misma utilidad en el mismo lapso de tiempo con una tasa de interés igual. ¿Cuál era el valor de la segunda inversión?

CANTIDADES, VARIABLES Y CONSTANTES

En matemática intervienen *cantidades* que llamamos *variables,* cuando varían toman diferentes valores y *constantes* cuando el valor es fijo.

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Si dos magnitudes son tales que a **doble, triple…** cantidad de la primera corresponde **doble, triple…** cantidad de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son **directamente proporcionales**.

También se dice que dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

PROPIEDADES

1era. Propiedad. Si un elemento de la primera magnitud es multiplicado o dividido por un número, el elemento correspondiente quedará multiplicado o dividido por ese mismo número.

Por ejemplo:

En un almacén hay 4 paquetes de caramelos, 2 paquetes de caramelos están por venderse y cada paquete contiene 10 caramelos. El total vendido es de 20 caramelos.

Podemos observar que 4 paquetes es el doble de 2 paquetes., luego contendrá el doble de caramelos. Si quisiéramos saber cuántos caramelos habrá en 6 paquetes. 6 paquetes es el triple de 2 paquetes, luego contendrá el triple de caramelos. Si la cantidad de paquetes fuera 7. Como en cada paquete. Hay 10 caramelos, en 7 paquetes habrá 70 caramelos.

2da. Propiedad. A la suma de los elementos de una de las variables, le corresponde la suma de los correspondientes de los elementos considerados.

Para hacer un postre para 4 personas se necesitan 300 g de harina, 150 g de azúcar, 2 huevos y 200 g de manteca. ¿Qué cantidad de ingredientes se necesitan para preparar el postre para 6 personas, considerando que comerán aproximadamente la misma cantidad?

	4 personas	2 personas	6 personas
harina (g)	300	150	450
azúcar (g)	150	75	225
huevos	2	1	3
vitina(g)	200	100	300

Podemos pensar el problema para 2 personas, la mitad de cada ingrediente. Luego sumar las cantidades correspondientes y obtener las cantidades necesarias para 6 personas. Aquí ponemos en juego otra propiedad de la proporcionalidad directa. La suma de dos o más cantidades de la primera magnitud se corresponde con la suma de las cantidades correspondiente en la segunda magnitud.

3era. Propiedad. La razón entre dos cantidades de una de las magnitudes es igual a la razón entre las cantidades correspondientes en la otra magnitud.

Retomemos el problema de los caramelos.

2 p → 20c   4 p → ?

Se tiene que operar 4 por 20 dividido 2.

De otra forma: la relación que existe entre 2 y 4 paquetes, es la misma que la que existe entre la 20 y "x" cantidad de caramelos.

$$\frac{2}{4} = \frac{20}{x}$$

Por lo tanto 2 · x = 20 · 4, despejando en función de "x".

$$x = \frac{20 \cdot 4}{2} \Rightarrow x = \frac{80}{2} \Rightarrow x = 40$$

Las cuatro cantidades forman proporción. Y en toda proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

En 2 magnitudes al multiplicar una de ellas por un número la otra queda dividida por el mismo número y al dividir a una de ellas por un número la otra queda multiplicada por el mismo número.

Ejemplo:

Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo?

En este caso a doble número de trabajadores, el trabajo durará la mitad; a triple número de trabajadores, el trabajo durará la tercera parte, etc. Por tanto, las **magnitudes** son **inversamente proporcionales.**

Formamos la tabla.

Hombres	3	6	9	...	18
Días	24	12	8	...	?

Se observa que los productos 3 por 24 = 6 por 12 = 9 por 8 = 72.

Por tanto 18 por x = 72. Es decir que los 18 hombres tardarán 4 días en hacer el trabajo.

REGLA DE TRES

Recordando conceptos importantes:

Razón → cociente entre dos números.
Proporción → igualdad de dos números.

Por ejemplo:

$$\frac{24}{3} = \frac{48}{6}$$

Recordando la propiedad principal de las proporciones es que el producto de sus extremos es igual al producto de sus medios.

Rescribimos la proporción para mejor comprensión de la propiedad antes descorita:

$$\underbrace{24 : \overbrace{3 : : 48}^{\text{Medios} = 144} : 6}_{\text{Extremos} = 144}$$

Los problemas en los cuales existan elementos, los cuales mantienen relación entre sí, ya sea, proporcionalmente directa o inversa. Estos problemas se resuelven mediante la regla de tres simple.

Existen dos tipos de regla de tres simple:

→ Regla de Tres Simple Inversa.
→ Regla de Tres Simple Directa.

Ejemplos de la Regla de Tres:

SIMPLE DIRECTA

Si una persona vende 10 libras de papa a Q 50.00. ¿A qué precio venderá 22 libras?

Libras	Precio
10 22	Q 50.00 ?

Se denomina regla de tres porque en base a tres cantidades establecidas se encontrará otra, que se relaciona con alguna de las cantidades dadas.

Se le denomina Simple Directa porque en el planteamiento del problema la incógnita es un extremo de la proporción, es decir:

10 lb papa : Q 50.00 : : 20 lb papa : Q_?_

Se despeja en función de la incógnita:

10 lb papa Q 50.00
20 lb papa Q X

$$x = \frac{20\ \cancel{lb} \times Q\ 50.00}{10\ \cancel{lb}} = Q\ 100.00$$

SIMPLE INVERSA

Si un vehículo recorre una distancia en 3 horas con una rapidez de 42 km/h ¿Cuánto tiempo se tardara en recorrer esa misma distancia si se desplaza a 18 km/h?

Sabiendo que se establecen cuatro magnitudes o cantidades de las cuales se conocen tres, entonces, la solución se encuentra por medio de una regla de tres.

En este caso se dirá que es simple ya que la incógnita en el problema se relaciona con el primer dato dado que es 3 horas.

En este caso la incógnita es uno de los términos medios de la proporción.

Estableciendo la proporción quedaría representado así:

3h **:** 42 km/h **: :** _?_h **:** 18 km/h

Se despeja en función de la incógnita:

3 h	42 km/h
X ?	18 km/h

$$x = \frac{3h \times 18\cancel{km/h}}{42\cancel{km/h}} = 1.3h$$

TANTO POR CIENTO

El tanto por ciento es un porcentaje de una o varias de las 100 partes en que se pude dividir una cantidad.

Por ejemplo:

Calcular el 37% de 179

179	100%
X	37%

$$x = \frac{37 \times 179}{100} = 66.23$$

Calcular el 25% de Q 250.00.

Q 250.00	100%
X	25%

$$x = \frac{Q\,250.00 \times 25\%}{100\%} = Q\,62.50$$

CÁLCULO DEL PRECIO DE COSTO

El costo es el precio con el cual se ha obtenido un producto ó un activo, el cual ha sido revendido y sobre el cual se ha obtenido utilidad.

Por ejemplo:

El Almacén "Pergamino" compró a su distribuidor 100 bolsas plásticas para empaque, las cuales vendió a un precio de Q 2.80 c/u, sobre estas obtuvo una utilidad del 35%, incluido ya en el precio de venta. Hallar el precio del costo de cada bolsa.

Precio de Costo = ?
Precio de Venta = Q 2.80
Utilidad = 35%

El precio del costo se encuentra: *Precio de Venta – Utilidad.*

Se establece la utilidad como cantidad en Q.

Q 2.80	100%
X	35%

$$x = \frac{Q\,2.80 \times 35\%}{100\%} = Q\,0.98\ fue\ la\ utilidad.$$

Q 2.80 – Q0.98 = Q 1.82 → el costo de cada bolsa.

CÁLCULO DE LA UTILIDAD

El cálculo de la utilidad se realiza restándole al precio de venta el precio de costo. Este resultado será en moneda. El porcentaje de la utilidad representa el tipo de la utilidad obtenida sobre el producto o activo.

Por ejemplo:

Un artículo ha costado Q 124.00 y se vende a Q 178.00. Hallar el tipo de utilidad.

Q 178.00 – Q 124.00 = Q 54.00

La utilidad representa cierto porcentaje de la transacción. Para hallar el tipo de utilidad se divide la utilidad entre el precio de venta esto multiplicado por 100.

(Q 54.00 ÷ Q 178.00)100 = 30.34%

EJERCICIO 10. Realizar los siguientes problemas de costo y utilidad.

1) Un artículo se vende a Q 18.90, siendo la utilidad el 26% del precio de venta. Hallar el precio de costo del artículo.

R: ______________________.

2) Un escritorio de oficina se vende a Q 378.40, ganando el 20% de utilidad. ¿Cuánto costó el escritorio?

R: ______________________.

3) ¿Cuál es el costo de un par de zapatos que se vendieron a Q 290.00 obteniendo el 30% de utilidad?

R: ______________________.

4) Un armario tiene un precio de venta de Q 800.00, en el momento que el carpintero venda el armario obtendrá de utilidad Q 210.00. ¿Cuánto le costó al carpintero fabricar el armario?

R: ______________________.

5) Un barril de petróleo se vende a Q 90.05. Determinar lo que le cuesta a la petrolera la extracción y transporte del mismo, si coloca en el mercado internacional si sobre el barril se tiene una utilidad del 60%.

R: ______________________.

6) Un artículo se vende en Q 35.00, la producción del mismo costó Q 22.50. Hallar el tipo de utilidad del artículo.

R: ______________________.

7) La producción un camión de carga es de Q 132,520.00, la fábrica lo vende a Q 285,125.00. ¿Cuál es el porcentaje de utilidad que la fábrica tiene sobre el camión?

R: ______________________.

8) La producción de un cuaderno espiral 100 hojas 80grs le cuesta a la Papelera Central, S.A. Q 4.90 y está vende cada cuaderno producido a Q 7.80. Determinar el porcentaje de utilidad que la Papelera obtiene sobre cada cuaderno.

R: ______________________.

9) Se compró un kit de limpieza para vehículo directamente al fabricante. Nos lo vendió a Q 34.80 y el costo de su producción es de Q 30.25. Hallar el tipo de utilidad.

R: ______________________.

10) Un lápiz se produce con un costo de Q 0.85 y el precio de venta estimado es de Q 1.25. Hallar el tipo de utilidad.

R: ______________________.

ENCONTRAR EL PORCENTAJE DE UN NÚMERO

Para encontrar el porcentaje de un número determinado se multiplica el número por el porcentaje.

Ejemplos:

Encontrar el 22% de 150.

150	————	100%
X	————	22%

$$x = \frac{150 \times 22\%}{100\%} = 33$$

Encontrar el 47% de 489.

489	————	100%
X	————	47%

$$x = \frac{489 \times 47\%}{100\%} = 229.83$$

Encontrar el 39% de 147.8

147.8	————	100%
X	————	39%

$$x = \frac{147.8 \times 39\%}{100\%} = 57.6$$

Encontrar el 75% de 2,300

2,300	————	100%
X	————	75%

$$x = \frac{2{,}300 \times 75\%}{100\%} = 1{,}725$$

DETERMINAR EL PORCENTAJE COMO NÚMERO DE UN NÚMERO

Para encontrar el porcentaje que un número represente de otro número. Se divide el primer número entre el segundo y el resultado se multiplica por 100 o se aplica la regla de tres.

Ejemplos:

¿14 que porcentaje representa de 78?

$$(14 \div 78)100 =$$
$$(0.179487\ldots)100 = 17.9\% \approx 18\%$$

¿56 que porcentaje representa de 194?

194	————	100%
56	————	?%

$$x = \frac{56 \times 100\%}{194} = 28.6\% \approx 29\%$$

¿19 que porcentaje representa de 1,567?

$$(19 \div 1{,}567)100 =$$
$$(0.01212507....)100 = 1.21\% \approx 1\%$$

¿69 que porcentaje representa de 367?

367	________	100%
69	________	?%

$$x = \frac{69 \times 100\%}{367} = 18.80\% \approx 19\%$$

DETERMINAR LA CANTIDAD

Para determinar la cantidad total de la que n% representa n-cantidad, se multiplica la cantidad de porcentaje por 100 y luego se divide dentro del porcentaje.

Por ejemplo:

El 18% de cierta cantidad es 92. Calcular la cantidad total.

X	________	100%
92	________	18%

$$x = \frac{92 \times 100\%}{18\%} = 511$$

El 75% de cierta cantidad es 175. Calcular la cantidad total.

X	________	100%
175	________	70%

$$x = \frac{175 \times 100\%}{70\%} = 250$$

El 14.8% de cierta cantidad es 37.4. Calcular la cantidad total.

X	________	100%
37.4	________	14.8%

$$x = \frac{37.4 \times 100\%}{14.8\%} = 252.70 \approx 253$$

EJERCICIO 11. Resolver en tu cuaderno los siguientes planteamientos encontrando el porcentaje y/o cantidad correspondiente según sea el caso. Realizar los cálculos en el cuaderno y encontrar la respuesta de cada inciso. Presentar al catedrático(a) para revisión y ponderación.

1) Encontrar el 23% de 158.
2) Encontrar el 72% de 48.
3) Encontrar el 35% de 35.
4) Encontrar el 49% de 243.
5) Encontrar el 95% de 940.
6) Encontrar el 05% de 33.
7) Encontrar el 1% de 114.
8) Encontrar el 56% de 78.
9) Encontrar el 16% de 46.

10) Encontrar el 7% de 47.
11) ¿44 que porcentaje representa de 99?
12) ¿32 que porcentaje representa de 145?
13) ¿654 que porcentaje representa de 4876?
14) ¿92 que porcentaje representa de 184?
15) ¿3 que porcentaje representa de 30?
16) ¿35 que porcentaje representa de 70?
17) ¿19 que porcentaje representa de 114?
18) ¿24 que porcentaje representa de 753?
19) ¿17 que porcentaje representa de 58?
20) ¿29 que porcentaje representa de 30?
21) El 27% de cierta cantidad es 75. Calcule dicha cantidad.
22) El 44.6% de cierta cantidad es 67.8. Calcule dicha cantidad.
23) El 17% de cierta cantidad es 32. Calcule dicha cantidad.
24) El 99% de cierta cantidad es 244.99. Calcule dicha cantidad.
25) El 22% de cierta cantidad es 44. Calcule dicha cantidad.